Vierdimensionales Raytracing in einer gekrümmten Raumzeit

Corvin Zahn

14.6.2002

Die Frage

Man nehme eine Kamera, setze sie an eine beliebige Stelle des Weltalls, und betätige den Auslöser.

Was ist nach dem Entwickeln auf dem Film zu sehen?

Diese Frage darf, schränkt man sie auf irdische Beobachtungsobjekte ein, als geklärt betrachtet werden. Heutzutage ist jede bessere Grafikworkstation in der Lage, die dreidimensionale Beschreibung einer beliebigen Szene in ein zweidimensionales Abbild umzusetzen, das von der Wirklichkeit kaum zu unterscheiden ist.

Unser Gehirn und die gängigen Computergrafikalgorithmen gehen beim Betrachten einer Szene allerdings davon aus, daß wir uns in einem euklidischen, flachen Raum befinden, daß Lichtstrahlen Geraden sind, daß sich alles, was wir sehen, „jetzt“ gerade und gleichzeitig ereignet, daß die Zeit überall gleich schnell abläuft, daß wir die Farben des beobachteten Objekts so sehen „wie sie sind“.

Diese Voraussetzungen sind bei astronomischen Beobachtungsobjekten nicht mehr erfüllt. In der Nähe „interessanter“ kosmischer Objekte (z. B. Schwarzer Löcher) hat die Raumzeit eine völlig andere Struktur, als wir sie aus dem Alltag gewohnt sind. In der Umgebung massiver Sterne läuft das Licht auf gekrümmten Bahnen, so daß photografische Abbildungen erheblich verzerrt werden. Lorentzkontraktion und Aberration ergeben scheinbare Verdrehungen eines sich schnell bewegenden Körpers. Die Photonen, die ein Bild erzeugen, also gleichzeitig bei der Kamera ankommen, können je nach Entfernung des Emissionspunktes zu unterschiedlichen Zeiten gestartet sein und damit bei großen Objektgeschwindigkeiten völlig verschiedene Phasen einer zeitlichen Entwicklung repräsentieren. Farben werden durch die Gravitationsrotverschiebung, sowie die durch Relativbewegung von Kamera und Objekt verursachte Dopplerverschiebung verändert.

Die Arbeitsweise unseres Gehirns und die gängigen Computergrafikalgorithmen beruhen wie gesagt auf den oben genannten Voraussetzungen und führen daher zu falschen Ergebnissen.

Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, eine universelle Methode zu entwickeln (und als Programm zu implementieren), um von einer als Ansammlung von *Weltröhren* gegebenen Szene, die sich in

einer beliebigen gegebenen *Metrik* befindet, einen Computer-Film zu berechnen, den eine auf einer ebenfalls gegebenen *Weltlinie* befindliche Filmkamera aufnehmen würde.

Zur Realisierbarkeit eines solchen Projekts ist zu sagen, daß die Computertechnologie erst seit kurzem die Möglichkeiten bietet, den enormen Rechenaufwand (im Rahmen dieser Arbeit wurden ca. 10^{10} Bildpunkte berechnet) in finanzierbarem und erlebbarem Rahmen zu halten.

Motivation

In der Physik ist man immer bemüht, eine Aussage *kovariant* zu formulieren, d. h. sie so zu fassen, daß sie unabhängig von einer willkürlichen Koordinatenwahl wird. Dies führt dazu, daß physikalische Größen mit mathematischen Konzepten wie etwa dem des *Tensorfeldes* beschrieben werden.

Wir haben aber leider weder Sinnesorgane noch Meßgeräte, um Tensorfelder größer als nullter Stufe direkt zu erfassen. Wollen wir eine anschauliche, d. h. eine unseren Sinnesorganen zugängliche, und nachmeßbare, d. h. unseren Meßgeräten zugängliche Beschreibung eines physikalischen Vorgangs, so müssen wir uns mit den Komponenten dieses Tensorfeldes, also den Projektionen auf eine frei wählbare Basis begnügen. Daß diese — im Grunde willkürlichen — Zahlen für das *Verständnis* der Physik keinen großen Wert haben, ist klar.

Außerdem müssen wir unsere Kleinheit im Vergleich zu den Beobachtungsobjekten beachten. Wir sind nicht in der Lage, ein Tensorfeld als Ganzes zu erfassen. Direkt zugänglich ist uns nur der Wert des Feldes, also ein Tensor, an dem Ort, an dem wir uns gerade befinden.

Für eine anschauliche *und* kovariante Beschreibung bleiben uns also nur noch Tensoren nullter Stufe, die *Skalare*. Genauer gesagt, skalare Funktionen der Eigenzeit des Beobachters. Die Sinneszellen unseres Körpers sind gebaut, um solche Skalare (Temperatur, Helligkeit, Schallpegel . . .) zu registrieren.

Da ein Skalar einfach eine Zahl ist und dementsprechend wenig Informationsgehalt hat, stellt sich die Frage, welches Sinnesorgan am besten geeignet ist, um eine große Informationsmenge, bestehend aus vielen Skalaren, aufzunehmen.

Die Antwort ist klar. Unser Auge hat einige Millionen Sehzellen und ist demzufolge in der Lage, „mit einem Blick“ einige Millionen Skalare zu erfassen. Ein mit dem Auge oder einer Kamera aufgenommenes Bild bietet also die Kovarianz eines Skalars bei millionenfacher Informationsdichte.

Berücksichtigen wir noch unsere Fähigkeit, einen *zeitlichen* Ablauf zu erfassen, kommen wir zu folgender These:

> **Ein von einer realen oder simulierten Filmkamera aufgenommener Film ist die beste Möglichkeit, einen physikalischen Vorgang anschaulich und kovariant darzustellen.**
>
> **Mit „anschaulich“ ist gemeint, daß wir das Sinnesorgan mit der größten Informationsdichte, den Sehsinn, mit einer von Kindesbeinen an geübten Methode der Bildverarbeitung, nämlich die Erfassung der Raumzeit-Struktur unserer Umwelt, nutzen.**
>
> **Mit „kovariant“ ist gemeint, daß die Darstellung unabhängig von einem Koordinatensystem ist, da nur skalare Größen, Helligkeit und Farbe, abgebildet werden.**

Damit wäre eine wissenschaftstheoretische Rechtfertigung für eine aus reiner Neugier, Spieltrieb und Freude an bunten Bildern begonnene Arbeit gefunden.

Realisierung

Ein Standardverfahren um photorealistische Bilder zu berechnen, ist das sogenannte *Ray-Tracing*: Zu jedem Punkt der Filmfläche suchen wir die Herkunft eines dort auftreffenden Lichtstrahls. Dazu wird jeder Lichtstrahl von der Kamera aus rückwärts verfolgt, bis er ein darzustellendes Objekt trifft.

Das üblicherweise verwendete Ray-Tracing-Verfahren basiert auf einer geradlinigen unendlich schnellen Lichtausbreitung in einem dreidimensionalen euklidischen Raum.

Diese Grundlagen sind in der Nähe kompakter kosmischer Objekte nicht mehr haltbar. In dieser Arbeit wird deshalb das Ray-Tracing-Verfahren in zwei wichtigen Punkten erweitert:

- Übergang vom dreidimensionalen Raum zur vierdimensionalen Raumzeit: Damit können relativ zur Kamera bewegte Objekte unter Berücksichtigung von Lichtlaufzeiten, Aberration, Lorentzkontraktion, Dopplereffekt u. s. w. physikalisch korrekt *und* mathematisch einfach dargestellt werden.

- Übergang von einer flachen zu einer beliebig gekrümmten Raumzeit: Damit werden Effekte erfaßt, die durch gravitative Lichtablenkung oder durch die ungewöhnliche Kausalstruktur in der Nähe eines Schwarzen Loches entstehen.

Mit diesen Verallgemeinerungen wird es möglich, in auf der Erde unvorstellbaren, im Weltall aber alltäglichen Umgebungen zu physikalisch korrekten Bildern zu kommen.

Anwendungen

Eine industrielle Anwendung ist in unserem Jahrtausend natürlich nicht mehr denkbar. Im Bereich Forschung und Lehre sehe ich allerdings die Möglichkeit, die mathematisch recht anspruchvollen Erkenntnisse der Allgemeinen Relativitätestheorie einem breiteren Publikum zugänglich zu machen.

So wurden die berechneten Filme z. B. dem Deutschen Museum und dem ZDF angeboten.

Als konkretes Anwendungsbeispiel liegt der Arbeit ein Videoband bei, auf dem einige der gerechneten Filmsequenzen zu sehen sind:

- rotierender Neutronenstern mit Akkretionssäulen: Die Akkretionssäulen bestehen aus einem selbstleuchtenden Gas, das frei fallend auf die Magnetpole des Sterns stürzt. Durch die gravitative Lichtablenkung erscheinen die Säulen verzerrt. Die unterschiedlichen Färbungen beruhen auf einer Kombination von Gravitationsrotverschiebung und durch die hohe Geschwindigkeit verursachter Dopplerverschiebung.

- Schnell rotierender Neutronenstern: Hier wurde eine physikalisch richtige numerisch berechnete Metrik verwendet, um die Photonenbahnen zu berechnen. Durch die schnelle Rotation (ca. 0.5 ms Umlaufzeit eines Sterns mit 11 km Radius) werden die Lichtstrahlen „mitgeführt“.

- Entstehung eines Einsteinringes. Steht ein massives Object, z. B. eine Galaxie oder ein Schwarzes Loch genau auf der Linie zwischen einem Stern und dem Beobachter, so kann durch seine Gravitationslinsenwirkung der dahinterliegende Stern als Ring, genannt „Einsteinring“, abgebildet werden. Um diesen Effekt deutlich zu machen, läuft in dieser Filmsequenz ein Schwarzes Loch vor einem Bild Einsteins vorbei.

- Lehrfilm für das Deutsche Museum München (Dauer: ca. 25 min.). Dieser, in Zusammenarbeit mit dem Deutschen Museum erstellte Film ist dort auf der im Mai 92 neu eröffneten Ausstellung „Astronomie“ zu sehen.

Das Programmsystem wurde als ’Spielwiese’ entwickelt. D.h. es kann durch seinen modularen Aufbau leicht in verschiedene Anwendungen integriert werden. Zur Zeit wird es am Institut für Theoretische Astrophysik Tübingen in mehreren Projekten eingesetzt:

- Visualisierung und Berechnung von Spektren einer Akkretionsscheibe um ein ruhendes Schwarzes Loch (Schwarzschildmetrik), sowie um ein rotierendes Schwarzes Loch (Kerrmetrik).

- Visualisierung des Gravitationskollapses einer wechselwirkungsfreien Staubwolke.